

2 第2回：ゼノンの逆理

2.1 議論について

議論とはどういうものか、少しだけ考えておこう。

2.1.1 議論の目的

主張の意味を明確にしたり、主張の真偽を明らかにするときに、人々は議論する。それによって世界の現実認識が深まるとともに、世界観や人生観が成長することもある。

議論にはなんらかの基盤を共有していることが必要である。同じ言語を使えること、同じ関心・興味があることが最低限の基盤となっている。

しかし、議論の核心は、基盤の食い違いを巡って行われる。「基盤」には議論の仕方という基盤もあるので、しばしば議論の仕方も議論のテーマとなる。

ある主張についての合意に到らなくても、共有できる新しい基盤が形成されたり、基盤の違いが明確に確認されたりすれば、(喧嘩になったとしても)議論は成功したと考えることができる。

2.1.2 基盤の不定性

基盤は一時的なものでしかない、一時的といっても数世紀に亘ることもあるが。基盤が基盤として働くのは不定性がない点にあるので、不定な基盤は(丸い四角のような)語義矛盾の響きがあるが、〈基盤が持つ不定性〉がこの講義の隠れたテーマである。

2.2 真理について

議論の基盤の一つには、文が正しいかどうかについてどのように議論すればよいか、ということについての合意がある。

正しいかどうかを議論できる文を**命題**という。一般の文については、それが意味があるかどうかを議論することができる。

命題が正しいとはどういうことかは「真理論」と呼ばれ古代よりも様々な考え方がされてきた。代表的な考えをいくつか紹介しよう。これをみると正しさについての普遍的基盤は望めない。

2.2.1 対応説

現実の世界の事実を述べたものが正しい主張であるという素朴で健全な考えである。日常生活ではだいたいこれで十分であろう。

私達は「現実について」多くの知識を共有している。宇宙は数百億年前に誕生した。地球の年令は50数億年。生命は数十億年前に地球で誕生し、進化の末、我々人間が登場し、きょう1999年4月19日月曜日に、この教室で、「数理の世界」の講義が行われている。等々。その他に、家族だけで共有している現実があるし、自分だけにとっての多くの「現実」がある。こういった「常識」が当たり前ではない人はふつう「正気ではない」とされる。

これを鮮明にしたものがプラトニズム（实在論 (realism)¹）である。数学的真理は、イデア界という現実に対応するものである、と考える。

対応説の特徴は、文の真偽は、我々が認識できなくても決まって居ると考えるところにある。

しかし多くの社会問題・脳死問題などでは対応説では対応しきれないことも明らかであろう。

2.2.2 整合説

言説が正しいとは、それに矛盾が含まれて無いことである、とするのが整合説である。整合性は、対応説を弱めたものということができる。対応説では、ある命題とその否定とが同時に正しいことはあり得ないので、正しい言説は自動的に整合性を持つことになる。しかし、整合的であっても現実に対応しないことはいくらかでもある。

数学的真理は整合説で解されることが多い。「正しい」と「証明可能」とが区別されるが、これが一致する、というのが1階の述語論理と呼ばれる、数理論理学の枠組みの基礎定理である。

しかし、整合説は不完全なことが知られている。整合説の基盤となる整合性が整合的には示されない、ということが（数学の自然な形式化の下で）ゲーデルによって示されているから。

2.2.3 プラグマティズム

対応説は正しさの原点であるが、それを明確にしようとする五里霧中となる。

「現実世界の事実を表現した命題が正しい」と言っても、〈現実世界〉²、〈事実〉、〈命題が何かを表現する〉などには、〈正しい〉と同じくらい、あいまいさがある。これらの表現の意味を追求することは収拾がつかないように思われる。

真理は「行為のための貴重な道具」であると考えるのがプラグマティズム（実用主義）である。「その特徴は真理を探究の過程で生成するものと見なし、現時点で獲得されている真理の絶対性は成長するものであって、現時点で獲得されている真理の絶対性を否定する〈可謬主義〉の立場である。」（岩波哲学辞典、p850）

¹ 妙に聞こえるかも知れないが、概念が実在するという主張なのでこの言葉が使われる。反対の考えが唯名論 (nominalism)

² 〈abc〉は、通常わかったつもりになっている言葉 abc の意味を一旦白紙に戻して使う、という姿勢をあらわすときに用いる。すべての言葉にこの括弧をつけることができるが、それでは収拾がつかないので、いくつかの言葉を取り出して括弧をつける。

プラグマティズムは科学の実証主義とも相性がよい。

2.2.4 言語ゲーム説

しかし、プラグマティズムも、〈行為〉、〈道具〉などの、正しさと大同小異のあいまいさを持つ言葉に依存している。いくつかのキーワードを聖別して不問にして、正しさを一言で定義すること自身に問題があると思われる。

〈文の意味〉は文の使われる状況に依存する。

「ソクラテスは人間である」という文によく出会うが、この文が役に立つ状況は、論理学の授業だけであり、実生活でこんな文を言えば正気を疑われる。

もっとも、ソクラテスと言う名前の飼い犬がいる家で子供が大きくなったとき、ソクラテスというのは実は偉大な哲学者の名前である、ということを教えるときにはこの文が使われることはある。

このように、「ソクラテスは人間である」が真か偽かを考える以前に、この文が日常生活でほとんど使い道がない、という点を考えることが必要だ。

一つの文が有効に使われる生活・言語状況を設定することで、この文を解析するのが「言語ゲーム」を用いる方法である。一見プラグマティズムと区別がつかないように見えるが、言語ゲーム説は、言語ゲーム自身についても同じことを行う。また、〈有効に〉、〈状況〉、〈解析〉、〈方法〉などの高次の言葉も聖域に隔離することはない。基盤の不定性を意識した（基盤を固定しない）探究の実験はウィトゲンシュタインによって1930-1950に行われた。

2.3 論理

命題の正しさについてのいろいろな考え方に応じて、論理はいろいろな意味で用いられる³。

論理学はフレイゲによって数学的な表現が与えられた。それは述語論理と呼ばれ、それによって現代数学を精密に記述することが可能である、とされている。数学ガイドにその表現形式の概要が書いてある。これに推論規則を加えて、述語論理の体系（形式系と呼ばれることもある）が定義される。これは、後日また取り上げる。

³論理の語義「古代ギリシア語の〈ロゴス〉に由来することばであるが、さまざまな意味にもちいられる。その一つは、ものごとのはたらき方というものであり、この意味では、自然法則のようなものが「自然の論理」といわれることがある。また話しの進め方というのもあり、この意味では、特定の個人の話し方のくせを指して「何某氏の論理」といってもよいことになる。学問での論証も、話の進め方の一種であるが、その中には、扱っている題目の内容とは無関係にその形式の故に正しいと思われるものがある。こういう論証は、前提から結論が出るのが直観的にも明らかな、ごく短い論証すなわち推論の積重ねに分析できるのであるが、この推論のうち、正しいものは、いくつかの形式のうちの一つをみたくしているのである。これは、多くの人がさまざまな学問の領域で、また、政治や法廷、さらに日常生活での論争の経験を重ねている中に直観的に気付くことである。そこで、このような正しい推論の形式の体系のことを〈論理〉ということもある。この正しい推論の形式を自覚的に整理分類することから生じた学問が〈論理学〉である。（以下略）」（岩波哲学辞典 p1755）

2.4 ゼノンとパルメニデス

ゼノンは先生であるエレア学派の創始者パルメニデス (BC 515-450) の教説を擁護するために一連の逆理を呈示した。

「若き日のパルメニデスが真昼の光よりも明るい真理に出会った爆発的な体験から出発し、それを改めて言葉で「有る!」と受け止め直す「探究」の言語を創造したのがパルメニデスの哲学であって、いかなる前例もない金字塔である。それは、無条件に「有るかないか」の有の道と無の道の厳しい判別から始まり、無の道と有の道を混同する日常経験の道を共に退け、<今、ここで、わたしに>一点の欠けることなくすべてが「有る」として、存在がかけがえない唯一の完全体の相貌で析出された。そして「無い」が退けられたがゆえに、存在そのものは不生不滅不変不動と語られたのである。こうして哲学史上始めて存在が哲学の目標として登場した。弟子のゼノンは、亀にアキレスが追いつかないパラドックスを考案して運動否定論を唱え、先生の説を擁護した。」(岩波哲学辞典より)

2.5 アキレスと亀

アキレスと亀が競走をした。亀のスタート位置をアキレスより先にすると、アキレスは亀には追いつけなくなってしまう。理由はこうである：亀のスタート位置 P_1 にアキレスが達したときには、亀は少し先 P_2 に進んでいる。 P_2 にアキレスが達したときには、亀はさらに少し先 P_3 に進んでいる。このように亀が居るところ P_n にアキレスが達しても亀はいつもその先 P_{n+1} に進んでいるので、アキレスが亀に追い付くことはあり得ないのである。

2.6 逆理の分析

次の主張が矛盾する。

- (A) アキレスは亀を追い抜くまでに、無数の異なる点 $P_1, P_2, P_3, \dots$ を通過しなければならない。
- (B) 無数の異なる点を通過し終わることはあり得ない。
- (C) 実際にはアキレスは亀を追い抜くので、無限個の点 $P_1, P_2, \dots$ を通過できる。

問題. ゼノンの議論のどこがおかしいか？

2.7 いろいろな解決

解決 0. 実際にはアキレスは亀を追いこすのだから、ゼノンの議論は全く無意味だ。どこがおかしaka考えることも無意味、時間の無駄である。(問題が無意味であるという解決。)

解決 1. (B) の表現が的外れである。正しくは
(B') アキレスは点 P_1 を通過し、点 P_2 を通過し、点 P_3 を通過し、... という報告が完了しないのであって、アキレスが点 P_1, P_2 達を通過し終わっていても矛盾はしない。いわば、アキレスの動きの速さに観戦記者の解説がついていけないだけである。

解決 2. (A) 中の「無数の点を通過する」という言い回しに問題がある。これは、アキレスが通ったはずの点をいくらでもたくさん指摘できる、ということに過ぎない。

解決 3 (A) がおかしい。無数にあるのは数学的な点という虚構であって、現実の世界には無数の点があるわけではない。(現実世界の直線と、数学的直線の関係に問題がある。)

解決 4 この解説者は、追い抜く点を含まない記述系を採用してしまっている(追い抜く前までのところだけしか視野にない)。もしも、 xt 平面上のアキレスと亀の軌跡を直線で表せば彼等の交わる場所があることがわかる。

2.8 運動の謎

上の解答は、アキレスが亀を追いこすまでに起こっていることの記述法としてはゼノンの中の観戦者は目のつけどころが不適切なことを指摘している、と言える。

しかしこの解決はゼノンの言うつば、とも言える：

それでは君はアキレスが亀に追い付くまでに起きたことを明確に解説できるのか？ 例：

軌跡による幾何学的記述

● xt -平面上のアキレスの軌跡は亀の軌跡と交わる、ということで追い付く様相が明確に記述できている。

しかし、ゼノンはこの幾何学的直線とアキレスの運動とがどう関係しているかを問題とする。この関係を述べようとして、直線上の点とアキレスの運動における通過点とを対応つけようとする、対応つけは決して完了できないということになり、ゼノンの逆理の解決で指摘された記述の問題が発生する。

● 「すべての t について、アキレスは時刻 t に 出発点から $10tm$ の位置にいる」うように関係している。

これは、単に幾何学的直線として運動を表現している、というだけだ。直線と運動との関係を実際につけようとすれば、**いろいろな t の値**について、アキレスの位置を確認するしかないであろうが、これも、ゼノンの記述法と同じ問題に陥る。

なお、軌跡による説明では「幾何学的直線」自身が「連続性の逆理」を伴っていて混乱の度は深まる。

2.9 ゼノンの逆理に対する態度

この逆理に対する態度は様々である。単純化すれば、次のようになろう。

1. 中学の数学を勉強すれば馬鹿げた詭弁なことがわかる。こんなことを2千年に渡り大哲学者達が問題にしてきたとは、哲学とは何と暇つぶしな学問か。
2. 運動を合理的に理解することはできるはずだが、この逆理が示すように、それは「無限」の問題が絡んでいて手強そうである。しかし、よく考えたら明確になりそうである。
3. パルメニデスが主張したように運動は単一で分析不能である。運動を統合的に理解はできない。

2.10 宿題

以下についてレポートを次回提出せよ。用紙はA4。手書きの場合は升目のある原稿用紙で。ワープロ可。）

- アキレスと亀についての君自身の考え（評価・関心など）を400字～800字程度にまとめて報告せよ。
- 命題の例を5つ書け。（なるべく〈変わった〉命題を考えよ。）